MATEMÁTICA DISCRETA I

SEGUNDO CONTROL

Apellidos..**Nombre**......................**nº mat.**......................

Observaciones:

- Sólo se valorarán aquellas respuestas que justificadamente utilicen los métodos desarrollados en esta asignatura.
- No está permitido el uso de dispositivos electrónicos.

****

Ejercicio 1 (12 ptos.)

a) Un padre dispone de cierto número de monedas de oro comprendido entre 1500 y 2000, y las pretende repartir entre sus 10 hijos, entre los que hay 3 chicos y 7 chicas. Si en el reparto sólo intervienen los chicos le sobran 2 monedas, si en el reparto sólo intervienen las chicas le sobran 2 monedas, mientras que si en el reparto intervienen todos le sobran 4 monedas. ¿Cuántas monedas de oro tiene?

b) Resuelve el sistema de congruencias $\begin{cases} 2x+1 \equiv 25 \; mod \; 42 \\ 18x \equiv 6 \; mod \; 84 \end{cases}$

Solución

a) $\begin{cases} x \equiv 2 \; mod \; 3 \\ x \equiv 2 \; mod \; 7 \\ x \equiv 4 \; mod \; 10 \end{cases}$, con $1500 \le x \le 2000 \Rightarrow x = 1514, 1724$ ó 1934.

b) $\begin{cases} 2x+1 \equiv 25 \; mod \; 42 \\ 18x \equiv 6 \; mod \; 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \equiv 24 \; mod \; 42 \\ 18x \equiv 6 \; mod \; 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \equiv 12 \; mod \; 21 \\ 3x \equiv 1 \; mod \; 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \equiv 12 \; mod \; 21 \\ x \equiv 5 \; mod \; 14 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 12 + 21y \\ x = 5 + 14z \end{cases} \Rightarrow 14z - 21y = 7 \Rightarrow \begin{cases} y = -1 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \Rightarrow x = -9 + 42t, \; \forall \; t \in Z$

Ejercicio 2 (10 ptos.)

a) ¿Cuántas cartas es preciso sacar, como mínimo, de una baraja de 52 cartas para tener la seguridad de obtener al menos 7 del mismo palo?

b) Determina el número de soluciones enteras de la ecuación

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30 \\ 2 \le x_1 \le 7, \; 1 < x_2, -3 \le x_3 < 9, \; 0 \le x_4, 0 \le x_5 \end{cases}$$

Solución

a) 25 > 4*6

b) $\binom{4+29}{4} - \left[\binom{4+23}{4} + \binom{4+17}{4} - \binom{4+11}{4}\right]$

Ejercicio 3 (10 ptos.)

La Asamblea Regional de Murcia está constituida por 45 diputados. Se quiere elegir una comisión de 10 diputados para ir al Parlamento Europeo a solicitar la denominación de origen del tomate murciano.

a) ¿De cuántas formas puede hacerse la elección?

b) Una vez elegida la comisión hay que elegir Presidente, Vicepresidente y Portavoz, ¿de cuántas formas distintas puede hacerse la elección?

c) Para estudiar las distintas variedades de tomate que hay en la región de Murcia, se elige de entre los miembros de la comisión a 5 diputados de manera que el Presidente y el Vicepresidente no estén juntos a la vez, ¿de cuántas maneras distintas se puede hacer la elección?

Solución

a) $\binom{45}{10}$ b) $10 \cdot 9 \cdot 8$ c) $\binom{8}{4} + \binom{8}{4} + \binom{8}{5}$

MATEMÁTICA DISCRETA I

SEGUNDO CONTROL

Apellidos..**Nombre**......................**nº mat.**......................

Ejercicio 4 (8 ptos.)

Resuelve la siguiente sucesión de recurrencia lineal no homogénea: $\begin{cases} a_n + 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 3 \cdot 2^n \\ a_1 = 1, \quad a_2 = 1 \end{cases}$

Solución

$x^2 = -4x - 4$, raíces: -2, doble.

Solución general $a_n = (A + Bn)\ (-2)^n + P(n)$

Solución particular: como $g(n) = 3 \cdot 2^n$ entonces $P(n) = K\, 2^n$

$$P(n) = -4\, P(n-1) - 4\, P(n-2) + 3 \cdot 2^n$$

Resolviendo, $K = \frac{3}{4}$ $\quad a_n = (A + Bn)\ (-2)^n + \frac{3}{4}\, 2^n$

Sustituyendo las condiciones iniciales, $1 = A \quad B = -\frac{3}{4}$

Por tanto, la solución es: $a_n = \left(1 - \frac{3}{4}n\right)\ (-2)^n + \frac{3}{4}\, 2^n$